SISTEMAS FORMAIS

#02 *definição*

Número Imaginário

numeroimaginario.com.br

SISTEMA FORMAL

Linguagem
Fórmulas
Axiomas
Regras de inferência

LINGUAGEM

LINGUAGEM (L) de S

1. Vocabulário básico

   Um conjunto Σ não vazio de símbolos primitivos de L.

   Uma expressão é qualquer sequência finita de símbolos

LINGUAGEM (L) de S

Exemplo:

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

Algumas expressões:

aab, acc, acabb, b, cbbc, ...

LINGUAGEM (L) de S

2. Gramática de L

Um conjunto de prescrições (algoritmo) que nos permite determinar quais expressões serão fórmulas bem formadas

LINGUAGEM (L) de S

Exemplo:
Sabemos que, na aritmética, a expressão x + y = y + x
Faz sentido.

Já x++y = y = z
Não faz muito.

LINGUAGEM (L) de S

Exemplo:

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

Gramática: somente as expressões que começam com o símbolo ‘a’ são fórmulas

Fórmulas: abbcc, aabbac, accbb.

Sistema Formal

SISTEMA FORMAL (S)

Um sistema formal é uma tripla ordenada

$$S = \{F, A, R\}$$

- F é um conjunto de fórmulas
- A é um conjunto de axiomas
- R é um conjunto de regras de inferência

FÓRMULAS

Alfabeto
→ expressões
→ regras de formação
→ fórmulas

FÓRMULAS

Notação:

- $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ denotam fórmulas
- $\Gamma, \Delta, \ldots$ denotam conjuntos de fórmulas

AXIOMAS

$A \subseteq F$ é um subconjunto de F cujos elementos são chamados axiomas de S

REGRAS DE INFERÊNCIA

$$R \subseteq \mathcal{P}(F) \times F$$

cujos elementos são chamados de regras de inferência (relações)

REGRAS DE INFERÊNCIA

As regras de inferência de interesse são os pares ordenados

$$(\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\}, \beta)$$

para algum $n \in \mathbb{N}$ (regras finitárias).

REGRAS DE INFERÊNCIA

Notação: Se o par $(\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\}, \beta)$ pertence a uma regra R_i, escrevemos

$$\frac{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n}{\beta} \quad (R_i)$$

REGRAS DE INFERÊNCIA

PREMISSAS

$$\frac{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n}{\beta} \quad (R_i)$$

CONCLUSÃO

REGRAS DE INFERÊNCIA

$$\frac{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta}{\beta}$$

$(Modus\ Ponens)$

REGRAS DE INFERÊNCIA

Observação: em geral, exige-se que exista um algoritmo para determinar se uma dada fórmula é consequência direta de um conjunto de premissas por uma regra

SISTEMA *AXIOMÁTICO* FORMAL

É um SF que possui um algoritmo extra para nos dizer se uma dada fórmula de S é ou não um axioma.

Observações finais

OBSERVAÇÕES FINAIS

Trabalhamos com a parte sintática do SF

- Estamos levando em consideração apenas questões que se referem a manipulação simbólica (sem significado)

OBSERVAÇÕES FINAIS

Trabalhamos com a parte sintática do SF

- Quando os conceitos levam em conta um significado ou uma interpretação dos símbolos, aí teremos conceitos semânticos

OBSERVAÇÕES FINAIS

Trabalhamos com a parte sintática do SF

- As regras de inferência levam em conta apenas a estrutura sintática das fórmulas, e não o seu significado

OBSERVAÇÕES FINAIS

As derivações (descoberta de teoremas) são realizadas utilizando-se apenas aquilo que foi declarado no sistema

SISTEMAS FORMAIS

Episódio #02
DEFINIÇÃO DE SISTEMA FORMAL

NÚMERO IMAGINÁRIO

numeroimaginario.com.br

vinicius@numeroimaginario.com.br